

ELE401/501 DOĞRUSAL SİSTEMLER – 2014-2015/I - C. KASNAKOĞLU - ÖDEV 2

Açıklama: Aşağıdaki soruları çözerek 3 Aralık 2014 Çarşamba günü teslim edin. Aksi belirtilmediği sürece tüm sorular elde çözümlenmelidir. Bilgisayarda çözüm yapılması isteniyorsa soruda belirtilecektir.

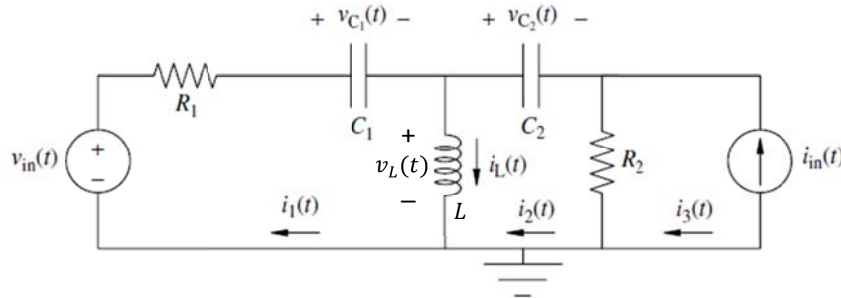
1. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ matrisi veriliyor. Buna göre:

- \mathbf{A} matrisinin özdeğerlerini bulun.
- $e^{\mathbf{A}}$ ifadesini hesaplayın.
- \mathbf{A} matrisini Jordan biçimine getirmek için gerekli dönüşüm matrisini bulun.
- c şikkındaki dönüşüm matrisini elde etmek için bulmuş olduğunuz özvektörler ve genelleştirilmiş özvektörlere dayanarak \mathbf{A} matrisinin Jordan biçiminin ne olacağını herhangi bir hesaplama, matris işlemi vs. yapmadan doğrudan tahmin edin.
- c şikkında bulmuş olduğunuz dönüşüm matrisini kullanarak \mathbf{A} matrisini Jordan biçimine getirmek için gerekli dönüşüm işlemlerini yapın ve sonucu d şikkı ile kıyaslayın. (Bu şikkındaki hesaplamalar için hesap makinesi veya bilgisayar kullanabilirsiniz.)
- \mathbf{A} matrisinin karakteristik polinomunu ve minimal polinomunu bulun.

2. Giriş-çıkış ilişkisi aşağıdaki gibi verilen sistemler doğrusal mıdır? Hafızasız mıdır? Nedensel midir? Cevabınızı açıklayın.

- $y(t) = u(t - 3) + u(3 - t)$
- $y(t) = \sin(3t) u(t)$
- $\frac{dy(t)}{dt} + 2t y(t) = t^2 u(t)$
- $y(t) = u(t^2)$
- $y(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau$

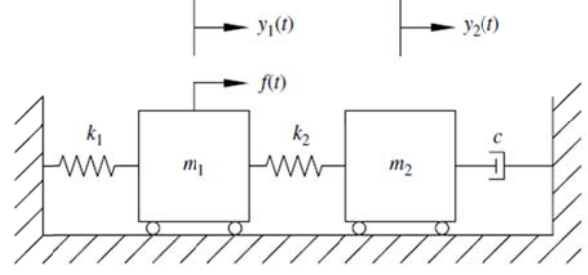
3. Aşağıdaki elektrik devresinin girişleri $v_{in}(t)$ ve $i_{in}(t)$, çıkışı ise indüktör üzerindeki voltaj $v_L(t)$ şeklindedir. (2-giriş 1-çıkışlı bir sistem.) Durum değişkenlerini $x_1 = v_{C_1}(t)$, $x_2(t) = v_{C_2}(t)$ ve $x_3(t) = i_L(t)$ olarak sistemin durum uzayı gösterimini bulun.



4. Yandaki sistemin diferansiyel denklemleri

$$m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 - k_2 y_2 + k_2 y_1 = f$$
$$m_2 \ddot{y}_2 + c \dot{y}_2 + k_2 y_2 - k_2 y_1 = 0$$

olarak yazılabilir. Sistemin girişi $f(t)$ kuvveti, çıkışları ise $y_1(t)$ ve $y_2(t)$ pozisyonlarıdır. (1-giriş 2-çıkışlı bir sistem.)



- Doğrudan diferansiyel denklemleri kullanarak sistemin transfer fonksiyonu matrisini elde edin.
- Durum değişkenlerini $x_1 = y_1$, $x_2 = y_2$, $x_3 = \dot{y}_1$, $x_4 = \dot{y}_2$ olarak sistemin durum uzayı gösterimini bulun.
- Durum değişkenlerini $x_1 = y_2 - y_1$, $x_2 = y_1$, $x_3 = \dot{y}_2$, $x_4 = \dot{y}_1$ sistemin durum uzayı gösterimini bulun.
- Sistemin transfer fonksiyonu matrisini, b ve c şıklarında bulduğunuz durum uzayı gösterimi matrislerini kullanarak hesaplayın. Bulduğunuz ifadeleri a şıkkındaki sonuç ile kıyaslayın. (Bu şıktaki hesaplamalar için hesap makinesi veya bilgisayar kullanabilirsiniz.)
- $m_1 = 1$, $m_2 = 2$, $k_1 = 1$, $k_2 = 2$, $c = 1$ olarak kutupları ve özdeğerleri bulun ve kıyaslayın. (Bu şıktaki hesaplamalar için hesap makinesi veya bilgisayar kullanabilirsiniz.)

5. Aşağıdaki sistemler için bir durum uzayı gösterimi elde edin.

- Transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 6}$ olan sistem.
- Transfer fonksiyonu $G(s) = \frac{s+3}{s^2 + 2s + 6}$ olan sistem.
- Dürtü tepkisi $g(t) = e^{-t} - e^{-2t} - t e^{-2t}$ olan sistem.

6. Bir sistem için dinamik denklemler aşağıdaki gibi veriliyor

$$\dot{x}_1 = \frac{\sin t}{t+1} x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{t+1} x_2$$

Buna göre:

- Sistem için bir temel matris $\Psi(t)$ elde edin.
- Sistem için durum geçiş matrisi $\Phi(t_2, t_1)$ 'i elde edin.
- $t = 1$ anında $x_1(1) = 1$ ve $x_2(1) = 2$ olduğu verilirse, $t = 5$ anında $x_1(5)$ ve $x_2(5)$ ne olur?