

Uyarlama Tabanlı Doğrusal Parametreyle Değişen Modeller ile Akış Problemlerinin Modellenmesi, Kontrolü ve Değerlendirilmesi

Coşku Kasnakoğlu

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi

kasnakoglu@etu.edu.tr

Özetçe

Bu bildiride akış kontrolü problemlerinin modellenmesi ve kontrolü ile, kapalı döngü başarma ve gürbüzlüğünün değerlendirilmesi için sistematik yöntemler irdelenmiştir. Akış dinamiklerini temsil eden bir doğrusal olmayan Galerkin modeli, bir uyarlama mekanizması vasıtasıyla oluşturulan bir doğrusal parametreyle değişen (DPD) model ile yaklaşıklanmış ve yaklaşıklama hatasının kabul edilebilir derecede küçültülebileceği gösterilmiştir. Böylece bu DPD modelin, akış modeli olarak Galerkin modelinin yerine kullanılabilmesi mümkün olmaktadır. Burada hata vektörü bir bozanetken gibi yorumlanmakta ve uyarlama sisteminin gösterdiği parametre değişim aralığı da, kontrol tasarımının başarılı çalışması gereken belirsizlik aralığını ortaya koymaktadır. Geliştirilen yaklaşım, kare bir alan üzerinde Navier-Stokes denklemleri ile yönetilen bir akışın kontrolü problemi ile örneklendirilmiştir.

1. Giriş

Akışkan akışların denetim altına alınabilmesi, hava, kara ve deniz araçlarında yakıt tasarrufu sağlanması ve endüstriyel süreçlerdeki verimin artırılması gibi pek çok potansiyel faydaya sahip olması bakımından büyük teknolojik önem arz eder [1]. Akış kontrolü pek çok alandaki araştırmacının ilgisini çekmiş ve çekmekte olan bir konu olup, karşılaşılan problemlerin disiplinlerarası nitelikte olması bu ilgiyi halen devam ettirmekte ve körüklemektedir [2]. Literatürde akış kontrolü ile ilgili sayısız çalışmalar bulmak mümkündür [3–10].

Bu bildiride, akış kontrolü problemlerinin modellenmesi, kontrolü ve kapalı döngü performansının ve gürbüzlüğünün değerlendirilmesi için yeni bir sistematik yaklaşım irdelenecektir. Bunun için önce, bir uyarlama mekanizması kullanılarak akışı temsil eden Galerkin modelini yaklaşıklayan bir doğrusal parametreyle değişen (DPD) model geliştirilecektir. Ardından elde edilen DPD modeli kullanılarak kontrol tasarımı yapılacak ve modelin belirsizlik aralığı kullanılarak da kapalı döngü performansı ve gürbüzlüğü değerlendirilecektir. Geliştirilen yaklaşım, bir kare alan üzerinde Navier-Stokes denklemleri ile yönetilen bir akışın kontrolü problemi ile örneklendirilecektir.

2. Akış modeli

Akışkan akışlarının dinamikleri genellikle, Navier-Stokes veya Burgers' denklemleri gibi sonsuz boyutlu kısmi türevsel denk-

lemlerle (KTD) ifade edilir. Bu KTD'ler akışı çok net ve doğru modellemekle beraber, üzerlerinde doğrudan analiz ve kontrol çalışmaları yapmak oldukça zordur. Bu nedenle bu KTD'leri, standart uygun dikgen ayrışımı (UDA) ve Galerkin izdüşümü (Gİ) [11] ile, UDA ve Gİ üzerine eklenti niteliğinde geliştirilmiş olan bir takım giriş ayırma (GA) [12, 13] teknikleri kullanarak sonlu ve düşük boyutlu Galerkin sistemlerine dönüştürmek mümkündür. Bu sistemlerin genel biçimi aşağıdaki gibidir:

$$\dot{a}_i = \sum_{k=1}^n L_{ik} a_k + \sum_{k=1}^n L_{in,ik} \gamma_k + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n Q_{ijk} a_k a_j + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n Q_{ain,ijk} a_k \gamma_j + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m Q_{in,ijk} \gamma_k \gamma_j. \quad (1)$$

Burada $i = 1, \dots, n$ olup, $a = \{a_i\}_{i=1}^n \in \mathbb{R}^n$ durum vektörü ve $\gamma = \{\gamma_i\}_{i=1}^m \in \mathbb{R}^m$ kontrol girişidir. Yukarıdaki sistem, aşağıdaki gibi derli toplu biçimde de ifade edilebilir

$$\dot{a} = La + L_{in}\gamma + Q(a, a) + Q_{ain}(a, \gamma) + Q_{in}(\gamma, \gamma). \quad (2)$$

Burada $L = \{L_{ij}\}_{i,j=1}^n \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $L_{in} = \{L_{in,ij}\}_{i,j=1}^n \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $Q(a, a) = \{a^T Q_i a\}_{i=1}^n \in \mathbb{R}^n$, $Q_i = \{Q_{ijk}\}_{j,k=1}^n \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Q_{ain}(a, \gamma) = \{a^T Q_{ain,i} \gamma\}_{i=1}^n \in \mathbb{R}^n$, $Q_{ain,i} = \{Q_{ain,ijk}\}_{j,k=1}^n \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $Q_{in}(\gamma, \gamma) = \{a^T Q_{in,i} \gamma\}_{i=1}^n \in \mathbb{R}^n$, $Q_{in,i} = \{Q_{in,ijk}\}_{j,k=1}^m \in \mathbb{R}^{m \times m}$. Yukarıdaki Galerkin sistemi düşük boyutlu ve sonlu bir sistem olmakla beraber, hem durum değişkeni a hem de giriş değişkeni γ cinsinden doğrusal olmayan terimler içerdiğinden analiz ve kontrol tasarımı açısından güçlük teşkil etmektedir.

3. Uyarlama Yoluyla Galerkin Sistemini Yaklaşıklayan Bir Doğrusal Parametreyle Değişen Model Oluşturulması

Bu bölümde (2) denklemindeki Galerkin sistemini yaklaşıklamak amacıyla aşağıdaki biçimde bir DPD sistemi oluşturulacaktır.

$$\dot{\hat{a}} = \hat{L}(\theta_L) \hat{a} + \hat{L}_{in}(\theta_L) \gamma + \hat{L}_{err}(\theta_L) e. \quad (3)$$

Burada $\theta_L = t \mapsto \theta_L(t)$ zamanla değişen parametre değişkeni ve $e := \hat{a} - a$ şeklinde tanımlanan hata vektörü olup, $t \rightarrow \infty$ iken e vektörünün sınırlı ve küçük kalması istenmektedir. θ_L parametre vektöründeki değişim bir uyarlama mekanizması tarafından yönetilecek olup, (3) denkleminin durumlarına

uyarlanmış durumlar veya geri çatılan durumlar denilecektir. Öncelikle (1) sistemi a ve γ değişkenleri açısından doğrusal olmayan bir sistem olsa da, L , Q , L_{in} , Q_{in} ve Q_{ain} matrislerinde içerilen parametre cinsinden doğrusal olduğuna dikkat ediniz. Bu doğrusal bağımlılığın açıkça görülebildiği bir biçime ulaşmak için önce $\theta \in \mathbb{R}^p$ parametre vektörünü aşağıdaki gibi oluşturalım

$$\theta := \text{col}(L(\cdot), L_{in}(\cdot), Q(\cdot), Q_{in}(\cdot), Q_{ain}(\cdot)) . \quad (4)$$

Burada $p \in \mathbb{N}$ toplam parametre sayısı ve col da $\text{col}(x_1, x_2, \dots, x_n) = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_n^T]^T$ şeklinde tanımlanan bir sütun vektörüdür. Böylece $L(\cdot)$ ifadesi L 'nin bütün elemanlarının üst üste konulmasıyla oluşturulmuş sütun vektörünü göstermektedir, yani

$$L(\cdot) := \text{col}(L_{11}, L_{21}, \dots, L_{n1}, \dots, L_{n1}, L_{n2}, \dots, L_{nn}) . \quad (5)$$

$L_{in}(\cdot)$, $Q(\cdot)$, $Q_{in}(\cdot)$ ve $Q_{ain}(\cdot)$ sütun vektörleri de yukarıdaki gibi tanımlanabilir. Ayrıca $\Phi : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$ ifadesini de aşağıdaki ifadeyi sağlayacak biçimde tanımlayalım

$$\dot{a} = \Phi(a, \gamma)\theta . \quad (6)$$

Burada $\Phi(a, \gamma)$, $n \times p$ boyutunda ve $\{\Phi(a, \gamma)_{ij} \mid i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, p\}$ elemanlarından oluşan bir matristir. $\Phi(a, \gamma)_{ij}$ ifadesi i satırı ve j sütunundaki elemanı göstermekte ve θ 'nin j . parametresinin a 'nın i . elemanına katkısını temsil etmektedir. Sistem bu biçime getirildikten sonraki adım, sistem parametrelerini değiştirecek uyarlama kuralının tasarımıdır. Bu tasarımda, uyarlamalı kontrol ve doğrusal olmayan kontrol kuramının bazı sonuçları ve teoremlerinden faydalanılacak olup, bu alanlarda daha fazla bilgiye [14, 15] kaynaklarından ulaşılabilir. Uyarlama kuralının tasarlanmasının ilk adımı olarak, (6) ifadesindeki Galerkin sistemini aşağıdaki gibi yazalım

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \Phi(a, \gamma)\theta \\ \dot{a} &= \Phi_L(a, \gamma)\theta_L + \Phi_N(a, \gamma)\theta_N \\ \dot{a} &= La + L_{in}\gamma + Q(a, a) + Q_{ain}(a, \gamma) + Q_{in}(\gamma, \gamma) . \end{aligned} \quad (7)$$

Burada sistemin doğrusal ve doğrusal olmayan kısımları aşağıdaki gibi ayrılmıştır

$$\begin{aligned} \Phi_L(a, \gamma)\theta_L &:= La + L_{in}\gamma \\ \Phi_N(a, \gamma)\theta_N &:= Q(a, a) + Q_{ain}(a, \gamma) + Q_{in}(\gamma, \gamma) . \end{aligned} \quad (8)$$

Buna ilaveten $t \geq 0$ için $\|\text{col}(a, \gamma)\| \leq \|\text{col}(a, \gamma)\|_\infty$ ifadesini sağlayacak $\|\text{col}(a, \gamma)\|_\infty \in \mathbb{R}_+$ biçiminde bir üst sınır değeri olduğunu da varsayacağız. Bu noktadaki amaç, parametreleri bir uyarlama kuralı tarafından değiştirilerek yukarıdaki Galerkin sistemini yaklaşıkleyen doğrusal bir sistem elde etmektir. Bu doğrultuda, Galerkin sisteminin sadece doğrusal kısmının yapısı kullanılarak aşağıdaki gibi bir uyarlama mekanizması oluşturulabilir

$$\dot{\hat{\theta}}_L = -\alpha \Phi_L^T(a, \gamma)e - \alpha \Upsilon_b(\hat{\theta}_L) \quad (9)$$

$$\dot{\hat{a}} = \Phi_L(a, \gamma)\hat{\theta}_L - ke = \hat{L}a + \hat{L}_{in}\gamma - ke . \quad (10)$$

Burada $e = \hat{a} - a$, $k \in \mathbb{R}_+$, $\alpha \in \mathbb{R}_+$, $b > \|\theta_L\|_\infty$ olup, $\|\theta_L\|_\infty \in \mathbb{R}_+$ da parametre vektörünün büyüklüğü üzerinde bir

tahmini üst sınırdır. $\Upsilon_b : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ve $b \in \mathbb{R}_+$, aşağıdaki gibi bir ölü kuşak fonksiyonunu tanımlar

$$\Upsilon_b(x) = \begin{cases} 0, & \|x\| \leq b; \\ x - bx/\|x\|, & \|x\| > b . \end{cases} \quad (11)$$

Bu ölü kuşak fonksiyonunun kullanılmasındaki amaç, doğrusal olmayan Galerkin modeli ile uyarlamada kullanılan doğrusal model arasındaki uyumsuzluktan dolayı parametre vektörü $\hat{\theta}_L$ büyük boyutlara ulaştığı zaman, sistemde bir enerji yitimi meydana getirerek $\hat{\theta}_L$ vektörünün artışının sınırlandırılmasını sağlamaktır. Uyarlama mekanizmasını çalışması ile ilgili olarak aşağıdaki sav yazılabilir.¹

Sav 3.1. (7) ifadesindeki sistemi ve (9)-(10) ifadelerindeki uyarlama mekanizmasını ele alalım. Bu sistem ve uyarlama mekanizması için, durum hatası $e := \hat{a} - a$ biçiminde ve uyarlanan parametre vektörü hatası da $\tilde{\theta}_L := \hat{\theta}_L - \theta_L$ biçiminde tanımlanursa, bu iki ifade de bütün t değerleri için sınırlı kalacaktır. Ayrıca $k_1, k_2, k_3, k_4 \in \mathbb{R}_+$ ve bir \mathcal{N} sınıfı ² ρ fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanacak olursa

$$k_1 := \min \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2\alpha} \right\} \quad (12)$$

$$k_2 := \max \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2\alpha} \right\} \quad (13)$$

$$k_3 := \max \left\{ \|Q\| + \frac{\|Q_{ain}\|}{2}, \frac{\|Q_{ain}\|}{2} + \|Q_{in}\| \right\} \quad (14)$$

$$k_4 := 3b \quad (15)$$

$$\rho(x) := \max \{ \varepsilon^{-1} k_3 x^2, k_4 \} \quad (16)$$

bu tanımlamalarla herhangi bir $0 < \varepsilon < k$ seçildiğinde, $t \rightarrow \infty$ için

$$\|\text{col}(e, \tilde{\theta}_L)\| \leq \sqrt{k_2/k_1} \rho(\|\text{col}(a, \gamma)\|_\infty) \quad (17)$$

ifadesi sağlanacaktır.

Yukarıdaki savdan anlaşılmaktadır ki, her ne kadar uyarlama sisteminin Galerkin sisteminin doğrusal kısmı kullanılarak yapılmış olmasından dolayı e hatası tam olarak sıfırlanamayacak olsa da, uyarlama sisteminin iç parametreleri olan α ve k 'nin uygun biçimde seçilmesi ile bu hatanın kabul edilebilir derecede küçültülmesi mümkün olabilecektir. Ayrıca, (10) ifadesi aşağıdaki gibi düzenlenebilir

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}} &= \hat{L}(\hat{a} - e) + \hat{L}_{in}\gamma - ke \\ \dot{\hat{a}} &= \hat{L}\hat{a} + \hat{L}_{in}\gamma + \hat{L}_{err}e . \end{aligned} \quad (18)$$

Burada $\hat{L}_{err} := -(\hat{L} + kI)$ olup (18) ifadesinin (3) ile aynı biçimde olduğuna dikkat ediniz; böylece yukarıdaki sisteme, esas sistemi yaklaşıkleyen bir DPD sistem olarak bakılabilir. Burada e vektörü, bir dış bozanetken olarak yorumlanacaktır. Bu şekilde, doğrusal olmayan Galerkin sistemi ile uğraşmaktansa, DPD sisteminden çıkarılacak bir nominal DZD sistem üzerinde kontrol tasarımı yapılabilir ve daha sonra bu kontrolörün başarısı, uyarlama mekanizması tarafından önerilen parametre aralığındaki performansına

¹Savin ispatı yer darlığından dolayı bildiriden çıkarılmıştır.

²Süreklili, azalmayan ve negatif olmayan.

hatırlayınız. Bu aralığı bulmak amacıyla Galerkin sistemine rampa fonksiyonu, değişken ve sabit frekanslı sinüs fonksiyonları, kara dalga, beyaz gürültü vb. sinyaller uygulanmış ve bu girişler altında uyarılma mekanizmasının aldığı parametre değerleri kaydedilmiştir. Kaydedilen bu değerler incelendikten sonra parametrelerin değişim aralığı aşağıdaki 6-boyutlu kutu olarak seçilmiştir

$$\Theta = \{ \hat{\theta}_L \in \mathbb{R}^6 : -209.83 < \hat{\lambda}_1 < -139.89, \\ -10.79 < \hat{\lambda}_2 < -7.19, -40.10 < \hat{\lambda}_3 < -26.73, \\ -28.90 < \hat{b}_1 < -2.72, -5.36 < \hat{b}_2 < -0.73, \\ -5.24 < \hat{b}_3 < -1.20 \}. \quad (24)$$

Uyarılma sisteminin α ve k olmak üzere iki tasarım parametresinin bulunduğunu ve bunların uyarılma mekanizmasının yakınsama hızının yanında hata vektörü $e = \hat{a} - a$ üzerindeki üst sınırı da belirlediğini hatırlayınız (bkz. Sav 3.1). Yine yukarıdaki çeşitli uyarı sinyalleri ile yaptığımız deneylerden yola çıkarak bu parametreler $k = 1000$ ve $\alpha = 100$ olarak seçilmiş olup, bu seçimlerin hatayı $\|e\| < 10^{-3}$ olacak şekilde sınırladığı yine bu deneylerde görülmüştür.

4.4. Kontrolör Tasarımı ve Değerlendirilmesi

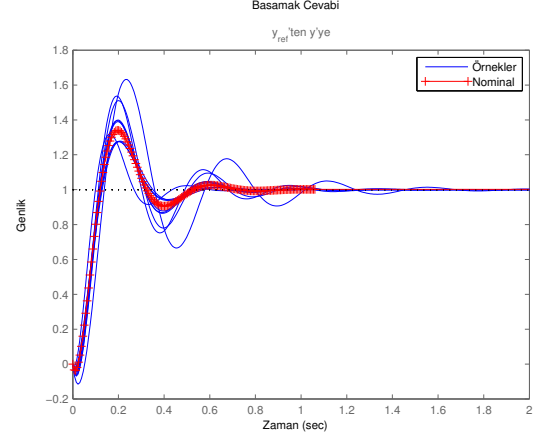
Parametre vektörünün değişim aralığı Θ yukarıdaki gibi belirlendikten sonra, kontrol tasarımı ve değerlendirilmesi aşağıdaki üç aşamada gerçekleştirilecektir: 1) DPD sistemden bir DZD nominal sistem çıkarılması, 2) Bu nominal model üzerinde standart DZD tasarım yöntemleri (doğrusal karesel düzenleyici, oransal-integral (PI), oransal-integral-türev (PID) vb.) kullanılarak bir kontrolör tasarlanması, 3) Tasarlanan kontrolörün, parametre aralığı Θ 'nın bütün değerleri için kabul edilebilir sonuç verdiğinin teyit edilmesi. DZD nominal sistemi elde etmek için parametreler, (24) ifadesindeki Θ parametre aralığının ortasına yakın bir nokta olan $\hat{\theta}_{Ln} := \text{col}\{-175, -8.99, -33.4, -15.81, -3.05, -3.22\}$ noktasında sabitlenmiştir. Bunun sonucunda aşağıdaki DZD sistem elde edilir

$$\dot{\hat{a}} = \hat{L}(\hat{\theta}_{Ln})\hat{a} + \hat{L}_{in}(\hat{\theta}_{Ln})\gamma + \hat{L}_{err}(\hat{\theta}_{Ln})e \\ y = L_{out}a + L_{out,in}\gamma. \quad (25)$$

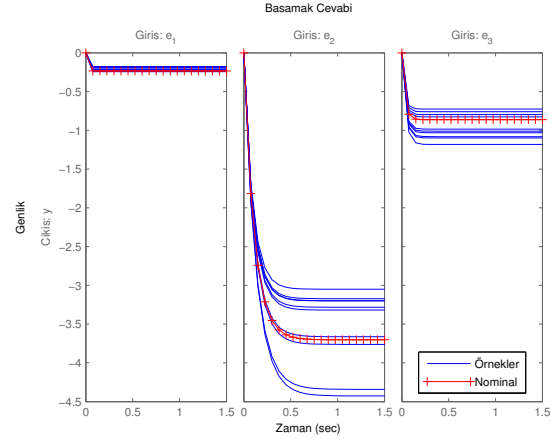
Yukarıda \hat{L} , \hat{L}_{in} ve \hat{L}_{err} matrislerinin parametre bağımlılıkları açıkça gösterilmiştir.³ Yukarıdaki (25) nominal sistemi için seçilen denetleyici, basit bir PI kontrolör olup aşağıdaki gibidir

$$C(s) := 5 + \frac{500}{s}. \quad (26)$$

Burada $\Gamma(s) = C(s)E_r(s)$, Γ giriş sinyali γ 'nın, E_r de izleme hatası olan $e_r := y_{ref} - y$ sinyalinin Laplace dönüşümüdür. Üçüncü ve son adım, nominal sistem için tasarlanan kontrolör ile oluşturulan kapalı döngü sisteminin, parametre aralığı Θ 'nın tüm değerleri için iyi sonuç verdiğinin denetlenmesidir. Şekil 2'de, referans girişi y_{ref} 'den çıkış



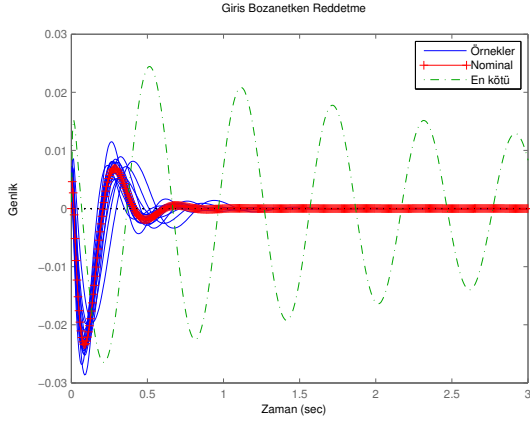
Şekil 2: Nominal sistem ve parametre vektörünün on rastgele değeri için oluşturulan sistemler için referans girişi y_{ref} 'den çıkış y 'ye olan birim basamak cevabı.



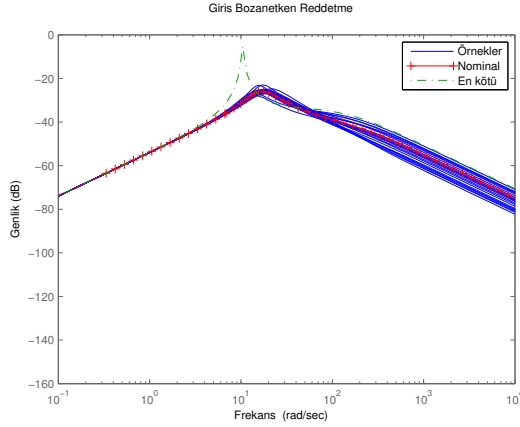
Şekil 3: Nominal sistem ve parametre vektörünün on rastgele değeri için oluşturulan sistemler için uyarılma hatası e 'den çıkış y 'ye olan birim basamak cevabı.

y 'ye olan birim basamak cevabı, nominal sistem ile parametre vektörü $\hat{\theta}_L$ 'nin on rastgele değeri için oluşturulan sistemler için gösterilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere kapalı döngü sistemi bütün durumlar için basamak cevabını başarıyla takip etmektedir. Şekil 3'te uyarılma hatası e 'den çıkış y 'ye olan birim basamak cevabı, nominal sistem ile parametre vektörü $\hat{\theta}_L$ 'nin on rastgele değeri için oluşturulan sistemler için gösterilmiştir. Uyarılma hatası $e := \text{col}(e_1, e_2, e_3)$ vektörüne bir bozanetken olarak baktığımızı tekrar hatırlayınız. (bkz. Şekil 1) Şekilden görüldüğü üzere basamak hata sistemi kararsızlaştırmadığı gibi, en kötü hata yükseltmesi e_2 'den y 'ye olup, yükselme büyüklüğü beş kat kadardır. Bölüm 4.3'te anlatıldığı üzere uyarılma mekanizması iç parametreleri olan k ve α hata vektörünün boyutu $\|e\| < 10^{-3}$ olacak şekilde seçilmiş olduğundan dolayı, beş katlık bir yükseltme ile hatanın çıkıştaki katkısı en fazla 0.005 olabilecektir ve bu da kabul edilebilir derecede küçük bir değerdir. Uyarılma mekanizması

³ L_{out} ve $L_{out,in}$ matrislerinin parametrelere bağlı olmadığını ve uyarılma hatası e vektörünün bir bozanetken olarak görüldüğünü hatırlayınız.

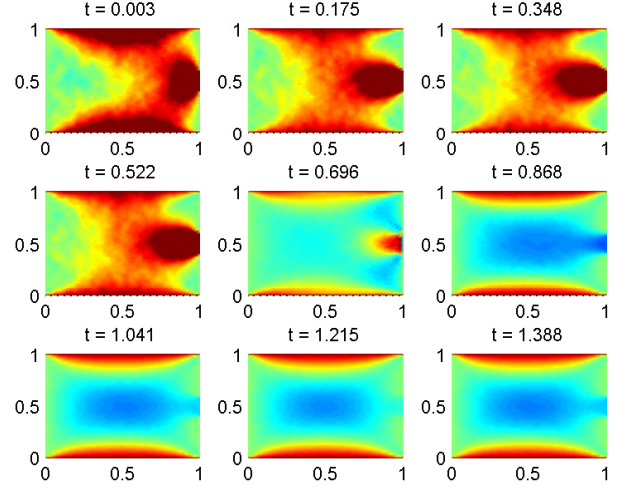


Şekil 4: Nominal sistem ve parametre vektörünün on rastgele değeri için oluşturulan sistemler için kapalı çevre sisteminin bir basamak giriş bozanetkenine verdiği cevap.



Şekil 5: Nominal sistem ve parametre vektörünün on rastgele değeri için oluşturulan sistemler için kapalı çevre sisteminin giriş bozanetkenine verdiği frekans cevabı.

tarafından sağlanan ve (24) denkleminde belirtilen Θ aralığı aynı zamanda sisteme Şekil 1'de gösterildiği gibi giren giriş ve çıkış bozanetkenleri altında sistemin gürbüzlüğü ölçmek için de kullanılabilir. Örnek olarak giriş bozanetkenine karşı hassasiyeti incelemek istersek, Şekil 4'te kapalı çevre sisteminin bir basamak giriş bozanetkenine verdiği cevap ve Şekil 5'de de kapalı çevre sisteminin giriş bozanetkenine karşı verdiği frekans cevabı, nominal sistem ve parametre vektörü $\hat{\theta}_L$ 'nin on rastgele değeri için oluşturulan sistemler için gösterilmiştir. Frekans cevabında en yüksek tepeli veren parametre vektörü ve karşılık gelen zaman cevabı da şekillerde gösterilmiştir. Kapalı döngü sisteminin bozanetken reddetme özelliklerinin genel olarak iyi olduğu görülmekle beraber, eğer 15 rad/s civarı frekansa sahip yüksek genlikli gürültü sinyalleri bekleniyorsa dikkatli olunması gerektiği gözlemlenmektedir; çünkü böyle bir sinyalin çıkış etkisinin sönümlenmesi zaman almakta olup kontrolör tarafından verilen komut sinyali ile is-



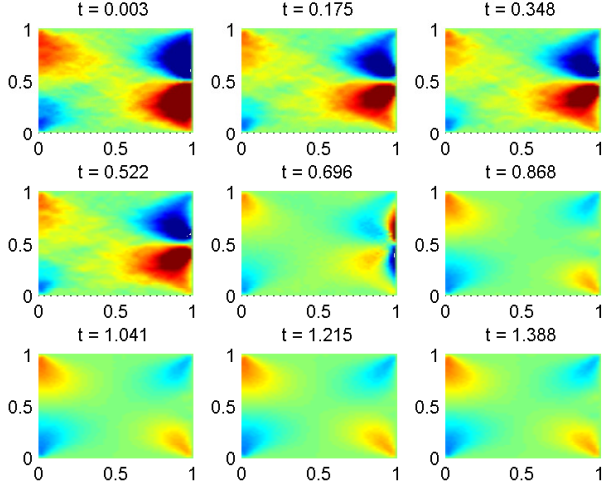
Şekil 6: Kapalı döngü ve giriş gürültüsü altındaki Navier-Stokes sisteminin HAD simülasyonundan anlık görüntüleri (u-bileşeni)

tenmeyen etkileşimler göstermesi mümkündür. Giriş gürültü reddetme özellikleri ile ilgili yapılan analizler istenirse benzer şekilde çıkış gürültü sinyali için de tekrarlanabilir. Kapalı döngü sisteminin değerlendirilmesinin nihai aşaması olarak, (26) ifadesindeki kontrolör vasıtasıyla (20) ifadesindeki Navier-Stokes denklemlerine geribesleme uygulanmış ve hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) benzetimleri ile kapalı döngü sisteminin performansı değerlendirilmiştir. Simülasyonlar için MATLAB *Navier2d* çözücüsü [16] kullanılmış olup, referans sinyali y_{ref} de, $t = 0.7$ anında 0.5'ten -0.5 'e düşen bir basamak sinyali olarak verilmiştir. Bu ek olarak $0.5 \sin(15t)$ şeklinde bir giriş gürültü sinyali de sisteme uygulanmıştır; $\omega = 15$ rad/s için en kötü durumda sistemin giriş gürültüsünden çıkışa olan yükseltme miktarının tepe noktasının en yüksek değere ulaştığını hatırlayınız (bkz. Şekil 5). Bu referans ve giriş gürültüsü için HAD benzetimlerinden elde edilen anlık görüntüler Şekil 6 ve 7'de, sistem çıkışı olan (21) ifadesi, yani akış alanının ortasındaki u -hızı da, Şekil 8'de gösterilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere kapalı döngü sistemi, hem verilen referans sinyalini takip etme, hem de giriş gürültüsünün çıkışa etkisini bastırma konusunda oldukça başarılıdır. Bu sonuç daha önce DPD yaklaşık sistemi üzerinde yapılan analiz sonuçları ile de tutarlıdır.

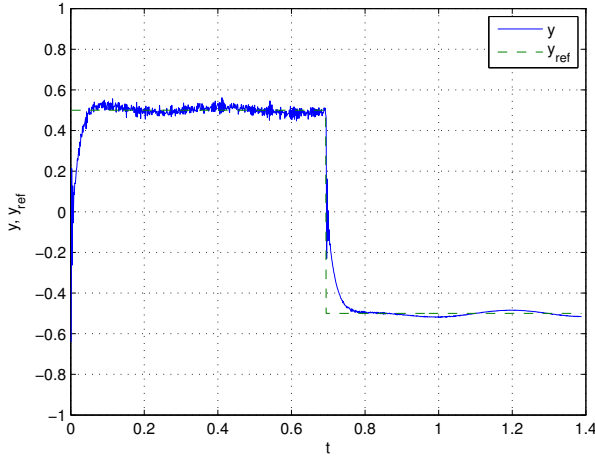
5. Sonuçlar ve Gelecekteki Çalışmalar

Bu bildiriye, akış problemlerinin modellenmesi ve kontrolü ile kapalı döngü performansının değerlendirilmesi için sistematik yöntemler önerilmiş ve incelenmiştir. Akışı temsil eden Galerkin modelini yaklaşıklayan uyarlama tabanlı bir DPD sistemi elde edilmiş, uyarlama hatası bir dış bozanetken, parametre değişimleri de kontrol tasarımının kabul edilebilir sonuçlar vermesi gereken bir belirsizlik aralığı olarak yorumlanmıştır.

Geliştirilen bu fikirler, kare bir alan üzerinde Navier-Stokes denklemlerine ile yönetilen bir akışın kontrolü problemiyle örneklenmiş, bu örnek için oluşturulan DPD model üzerinde yapılan analizler, gerçek Navier-Stokes KTD'leri üzerinde



Şekil 7: Kapalı döngü ve giriş gürültüsü altındaki Navier-Stokes sisteminin HAD simülasyonundan anlık görünüler (v -bileşeni)



Şekil 8: Kapalı döngü ve giriş gürültüsü altındaki Navier-Stokes sisteminin HAD simülasyonu ile elde edilen çıkışının (yani alanın orta noktasının u hızının) zamana bağlı değişimi.

yapılan HAD benzetimleri ile de doğrulanmıştır. HAD benzetimlerinden, tasarlanan kontrolörün referans takibi ve giriş gürültüsü reddetme konularında, DPD analiz sonuçları ile tutarlılık gösteren sonuçlar verdiği, be iki konuda da iyi performans ve gürbüzlük gösterdiği görülmüştür.

Gelecekteki çalışmalar arasında, uyarılma sisteminden gelen parametrelerin kontrolör tarafından kullanılması, değişik düşük boyutlu model biçimleri için DPD yaklaşımlar elde edilmesi ve farklı akış kontrolü problemlerinin incelenmesi sayılabilir.

6. Kaynakça

[1] M. Gad-el Hak. *Flow Control - Passive, Active, and Reactive Flow Management*. Cambridge University Press, New York, NY, 2000.

[2] T.R. Bewley. Flow control: new challenges for a new Renaissance. *Progress in Aerospace Sciences*, 37(1):21–58, 2001.

[3] R.D. Joslin. Aircraft laminar flow control. *IN: Annual review of fluid mechanics.*, 30:1–29, 1998.

[4] O. M. Aamo, M. Krstic, and T. R. Bewley. Control of mixing by boundary feedback in 2d channel flow. *Automatica*, 39(9):1597–606–, 2003.

[5] J. Kim. Control of turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 15:1093, 2003.

[6] A. Banaszuk, K. B. Ariyur, M. Krstic, and C. A. Jacobson. An adaptive algorithm for control of combustion instability. *Automatica*, 40(11):1965–72–, 2004.

[7] K. Cohen, S. Siegel, T. McLaughlin, E. Gillies, and J. Myatt. Closed-loop approaches to control of a wake flow modeled by the Ginzburg-Landau equation. *Computers & Fluids*, 34(8):927–49–, 2005.

[8] B. R. Noack, P. Papas, and P. A. Monkewitz. The need for a pressure-term representation in empirical Galerkin models of incompressible shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 523:339–65, 2005.

[9] M. Samimy, M. Debiasi, E. Caraballo, A. Serrani, X. Yuan, J. Little, and J. H. Myatt. Feedback control of subsonic cavity flows using reduced-order models. *Journal of Fluid Mechanics*, 579:315–346, 2007.

[10] S. N. Singh, J. H. Myatt, G. A. Addington, S. Banda, and J. K. Hall. Optimal feedback control of vortex shedding using proper orthogonal decomposition models. *Transactions of the ASME. Journal of Fluids Engineering*, 123(3):612–618, 2001.

[11] L. Sirovich. Turbulence and the dynamics of coherent structures. *Quarterly of Applied Math.*, XLV(3):561–590, 1987.

[12] M. O. Efe and H. Ozbay. Low dimensional modelling and Dirichlet boundary controller design for Burgers equation. *International Journal of Control*, 77(10):895–906, July 2004.

[13] C. Kasnakoglu, A. Serrani, and M. O. Efe. Control input separation by actuation mode expansion for flow control problems. *International Journal of Control*, 81(9):1475–1492, 2008. DOI: 10.1080/00207170701867857.

[14] M. Krstic, P.V. Kokotovic, and I. Kanellakopoulos. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, Inc. New York, NY, USA, 1995.

[15] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall,, Upper Saddle River, NJ :, c1996.

[16] D. Engwirda. An unstructured mesh navier-stokes solver. Master's thesis, School of Engineering, University of Sydney, 2005.