

Dalgacık dönüşümü ile değişik akmazlık koşulları altında akış kontrolü problemlerinin bölgesel modellemesi

Türker Nazmi ERBİL¹, Coşku KASNAKOĞLU¹,

¹Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
T. O. B. B Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Söğütözü/ANKARA
{tnerbil , kasnakoglu}@etu.edu.tr

Özetçe

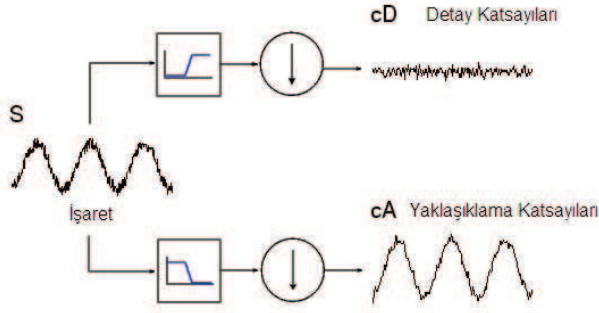
Bu bildiri dalgacık dönüşümü ile akış kontrolü problemleri için bölgesel dinamik modeller elde edilmesi konusu anlatılmıştır. İlk önce akışın anlık görüntüleri, bu akışı tasvir eden Navier-Stokes denklemlerinin hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) benzetimlerinden elde edilmiştir. Daha sonra Dalgacık dönüşümü, eşikleme ve geri çatılama ile anlık görüntülerden Dalgacık katsayıları oluşturulmuştur. Bu katsayılardan sadece yaklaşıklama katsayılarıyla anlık görüntülerin kabul edilebilir derecede iyi oranda temsil edildiği gözlemlenmiştir. Bunun ardından yaklaşıklama katsayılarının zamana bağlı değişimlerini temsil eden düşük boyutlu doğrusal dinamik sistem modeli, alt uzay tanımlama yöntemleri ile oluşturulmuştur. Bu modelleme işlemi, akışın önemli parametrelerinden olan akmazlık parametresinin farklı değerleri için tekrar edilmiş ve birden çok çalışma noktasında birden çok model elde edilmiştir. Bu modeller daha sonra nominal bir model etrafında bir çarpım tipi belirsizlikten oluşan tek bir belirsiz sistem ile temsil edilmiş ve gürbüz tasarım yöntemleri (D-K iterasyonu) ile kontrol tasarımı yapılmıştır. Önerilen yöntem, karesel bir alan üzerinde girişin sınır koşullarından sistemi etkilediği bir akış örneği üzerinde örneklendirilmiş ve istenen derecede başarılı sonuçlar verdiği görülmüştür.

Abstract

In this paper obtaining local dynamical models for flow control problems using wavelet transform is studied. First, the snapshots of the flow are obtained from computational fluid dynamics (CFD) simulations of the flow. Then wavelet coefficients are obtained using wavelet transform, thresholding and reconstruction. It is seen that it is possible to obtain a satisfactory representation of the flow using only the approximation coefficients. Next, subspace system identification methods are used to obtain a linear dynamical system model representing the time variation of the approximation coefficients. This procedure is repeated for different viscosity values for the fluid, resulting at multiple models at multiple operating points. These models are then represented by a single uncertain model around a nominal model, where the uncertainty is of multiplicative type, and robust control design using D-K iteration is carried out. The method proposed is applied with successful results to a flow control case study where the control input affects the system through the boundary.

1. Giriş

Akış problemleri, genel olarak sıvıların, gazların ve bunların dışında da bazı maddelerin fiziksel davranışlarını inceler. Örnek olarak, denizaltı gövdesi etrafındaki suyun akışı, uçağın kanatları üzerindeki hava akışı, boru hatlarındaki petrol akışları sayılabilir. Günlük hayatta çok sık karşılaşılan bu kavramın modellenmesi ve üzerine çalışmalar yapılması teknik açıdan önemlidir [1, 2]. Akışkan akışlarının dinamik modellemesinde en çok uygulanan yöntemler Uygun Dikgen Ayrışım (UDA)/Galerkin İzdüşümü (Gİ) teknikleridir. Bu yöntemlerde akışın bir açılımı, sonlu alt uzay oluşturacak şekilde hesaplanan ve akış enerjisinin büyük kısmını içeren UDA kipleri ile ifade edilmektedir. Sonraki aşama ise akışı temsil eden Navier-Stokes, Burgers vb. kısmi türevsel denklemlerde (KTD) bu açılımın yerine konması ve Gİ kullanılarak dinamik sistemlerin UDA katsayıları cinsinden elde edilmesidir [3-5]. Yukarıda bahsedilen yöntemler düşük boyutlu dinamik modellerdir ama doğrusal olmayan modeller olmaları sebebiyle üzerlerinde analiz ve denetleyici tasarımı yapılması çok zordur. Bu modellerde görülen bir başka zorluk da akışın özel olarak ilgilenilen bir bölgesini yerel modelleme ve analiz yapmak istenildiğinde UDA kiplerinin akış alanının neredeyse bütününe dağılması sebebiyle sıkıntı yaşanmasıdır. Bu bildiri akış problemlerinin yukarıda bahsedilen dezavantajlarını giderebilecek ve modellemesinde kullanılacak bir dinamik modelleme uygulaması dalgacık dönüşüm yöntemleri [6-9] kullanılarak anlatılacaktır. Ayrıca akışkan akışlarındaki akmazlık kavramının modellemeye etkisi de dikkate alınacaktır. Akmazlık, akışkanın akmaya karşı gösterdiği iç direnç olarak tanımlanabilir. Bu çalışmada farklı ortam şartlarına (sıcaklık, basınç, vs.) bağlı olarak değişen akmazlık değerleri altında modelleme ve denetleyici tasarımı yapılacak ve sonuçları gözlemlenecektir. İlk aşama olarak, üzerinde çalışılan akışın anlık görüntülerinin dalgacık ayrışımı elde edilip akış görüntülerinin sadece bu ayrışımından elde edilen yaklaşıklama katsayılarıyla kabul edilebilir oranda iyi temsil edildiği görülecektir. Sonra akışın dinamik değişimini hesaplamak için dalgacık fonksiyonları kullanılacak ve her ν değeri için, sistemin girişi frekansı değişen sinüs, çıkış da bu katsayıların zamanla değişimi olacak şekilde sistem tanımlama yöntemleri ile doğrusal modeller oluşturulacak, akış verileri ile kıyaslanacaktır. Bu modeller daha sonra nominal bir model etrafında bir çarpım tipi belirsizlikten oluşan tek bir belirsiz sis-



Şekil 1: Ayrık dalgacık dönüşümü

tem ile temsil edilecektir. Ardından gürbüz tasarım yöntemleri (D-K iterasyonu) ile kontrol tasarımı yapılacaktır. Sunulan yöntem, karesel bir alan üzerinde girişin sınır koşullarından sistemi etkilediği bir akış örneği üzerinde örneklendirilecektir. Son olarak da sonuç ve gelecekteki çalışmalar ile bildiri sonlandırılacaktır.

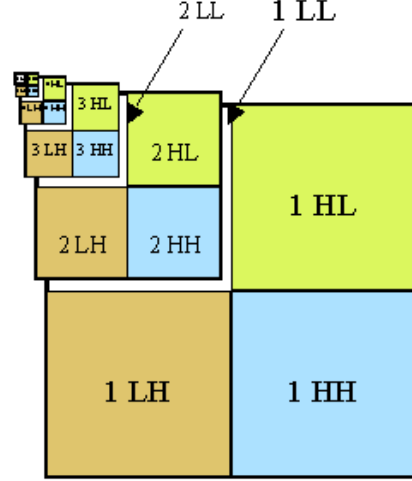
2. Temel Bilgiler

2.1. Dalgacık Dönüşümü

Sayısal sinyal işleme konusunda sıklıkla kullanılan yöntemlerin başında Dalgacık Dönüşüm yöntemi gelmektedir. Bu yöntemle ilgili birçok çalışma ve kaynak bulmak mümkündür [10–13]. Dalgacık, uzayda yayılan ve enerjinin taşınmasına yol açan sınırlı sürede salınım yapan sıfır ortalama değerli titreşimli dalga formudur. Diğer analiz yöntemlerine nazaran bölgesel analiz yapma olanağı sağlaması nedeniyle tercih edilen bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır. Dalgacık dönüşümü dalgacık fonksiyonunun kaydırılmış ve ölçeklendirilmiş şeklinin tüm zamanlar üzerindeki toplamı olarak tanımlanabilir. Aşağıda matematiksel ifadesi gösterilmektedir.

$$C(\text{ölçek, pozisyon}) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\text{ölçek, pozisyon, } t) dt \quad (1)$$

Bu ifadede C dalgacık dönüşümünün katsayılarını, ψ da dalgacık fonksiyonu göstermektedir; dalgacık fonksiyonu ψ kullanılan dalgacık tipine göre değişiklik göstermektedir. Oluşturulan C katsayılarının, dalgacık fonksiyonun uygun ölçek ve pozisyondaki hali ile tümlenmesiyle f fonksiyonunun geri çatımı elde edilir. Yukarıda bahsedilen sürekli dalgacık dönüşümünün örneklenmiş haliyle elde edilen ayrık dalgacık dönüşümü sayısal analiz veya fonksiyonel analiz çalışmalarında sıkça kullanılmaktadır. Bu çalışmada da tercih edilecek yöntem ayrık dalgacık dönüşümüdür. Bu dönüşümde sayısal olarak işlenecek işaret, farklı kesim frekansına sahip yüksek ve alçak geçiren filtrelerden geçirilir ve orijinal işaret ile aynı sayıda veriye sahip olması için de örnekleme azaltma uygulanır. (Bkz. şekil 1). Dalgacık dönüşümünde kullanılacak çok sayıda dalgacık tipi vardır. Bunlar arasında Beykin, BNC, Coiflet-Daubechies-Feauveau, Daubechies, Haar, Mathieu, Legendre, Villasenor, Symlet sayılabilir. İki boyutlu sinyallerde Dalgacık dönüşümü yatay, dikey ve diyagonal yönlerdeki tek boyutlu



Şekil 2: İki boyutlu dalgacık dönüşümü

dalgacık dönüşümlerinin birleşimi olarak ifade edilebilir (bkz. Şekil 2).

2.1.1. Navier-Stokes (NS) Denklemleri

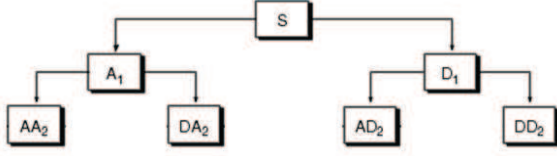
Navier-Stokes denklemleri sıvılar ve gazlar gibi akışkanların hareketini tanımlamaya yarayan bir dizi denklemden oluşmaktadır. Bu denklemler akışın içerisindeki birim kütleyle etki eden momentum değişimlerinin, basınç değişimleri ve sürtünme kayıplarına neden olan akmazlık kuvvetlerinin toplamına eşit olduğunu tanımlar. Navier-Stokes denklemlerinin pek çok çeşidi vardır; en çok kullanılan biçimlerinden biri (2) ifadesinde verilmiştir.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + (q \cdot \nabla)q = \nabla p + \nu \Delta q \quad (2)$$

Bu çalışma için akış sıkıştırılmaz kabul edilecektir; yani yukarıdaki denklemin $\nabla \cdot q = 0$ şartını sağlaması demektir. Yukarıdaki denklemden $\nu \in \mathbb{R}$ parametresi akmazlık (viskozite) değeri, $p(x, y, t) \in \mathbb{R}$ değişkeni basınç ve $q(x, y, t) = (u(x, y, t), v(x, y, t)) \in \mathbb{R}^2$ da akış hızını gösterir; burada u yatay ve v dikey bileşendir.

3. Uygulama ve Yöntem

Bölgesel dinamik model elde edilmesi için yapılacak ilk işlem, (2) ifadesindeki Navier-Stokes denklemleri ile yönetilen akış için hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) benzetimlerinin yapılması ve belirli zaman anlarında anlık görüntülerin kaydedilmesidir. Bunun ardından gelen adım, anlık görüntüler incelenerek dalgacık dönüşümü için en uygun dalgacık tipinin belirlenmesi ve bu dalgacık fonksiyonu kullanılarak anlık görüntülere dalgacık dönüşümü uygulanmasıdır. Dalgacık dönüşümünden elde edilen katsayıların yarısı yaklaşıklaşma diğer yarısı ise detay katsayıları olarak ortaya çıkacaktır. Ayrışım sonucunda elde edilen yaklaşıklaşma katsayılarına aynı işlem tekrar tekrar uygulanarak daha yüksek seviyelerde dalgacık dönüşümü yapmak da mümkündür (bkz Şekil 3). Ayrıştırma seviyesini artırmak daha az sayıda yaklaşıklaşma kat-



Şekil 3: İki seviyeli dalgacık dönüşümü

sayısı ile istenilen bölgenin temsil edilmesine olanak sağlar; ancak yaklaşıklık katsayılarının çok azalması, istenen bölgeyi tasvir etmedeki çözünürlüğü düşürecek için ayrıştırma seviyesi ortalama bir değer seçilmelidir. Eşikleme işlemi, dalgacık dönüşümünden elde edilen katsayılarına uygulanan bir sonraki aşamadır. Eşikleme işlemi aşağıdaki gibi özetlenebilir.

$$Y = \begin{cases} X, & |X| > T; \\ 0, & |X| \leq T. \end{cases} \quad (3)$$

Burada X detay katsayısı, Y eşiklenmiş katsayı ve $T \in \mathbb{R}_+$ de eşik değeridir. Seçilen eşik değerinin altındaki detay katsayılarının sıfırlandığı bu işlemin ardından geride kalan katsayılarla akışın anlık görüntülerinin elde edilmesi ve bunların akışı ne kadar iyi temsil edildiğinin görülmesi için yapılacak son uygulama ayrıştırma işleminin tersi olan geri çatılma işlemidir. Sonraki aşama, geri çatılmış sinyalle giriş sinyalinin kıyaslanması işlemidir. Eşik değerinin sıfıra kadar küçültülmesi ve tüm detay katsayılarının atılarak sadece yaklaşıklık katsayılarının kullanılması durumunda dahi oluşturulan geri çatılmış sinyalin, orjinal sinyale yeterince yakın olması arzu edilmektedir. Bunun ardından, bölgesel modelleme için ilgililenen alanı hemen hemen kapsayacak şekilde bu alana karşılık gelecek belirli sayıda yaklaşıklık katsayısı seçilecektir. Ardından hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) benzetimlerinden değişik akmazlık değerleri için anlık görüntüler elde edilecektir. Bu anlık görüntülerin hepsine dalgacık dönüşümü uygulanacak ve katsayılar elde edilecektir. İstenilen bölgeye karşılık gelen katsayıların zamanla değişimi her bir akmazlık değeri için bulunacaktır. Her akmazlık değeri için sistemin girişi değişken frekanslı sinüs, çıkışı da bu katsayıların zamanla değişimi olacak şekilde sistem tanılama yöntemleri ile doğrusal modeller oluşturulacaktır. Elde edilen giriş-çıkış verilerinden sistem matrislerini elde etmek için alt uzay sistem tanılama (N4SID) yöntemleri kullanılacaktır. Alt uzay sistem tanılama yöntemleri ile akışın zamansal değişimini tasvir eden bir ayrık zamanlı durum uzayı modeli oluşturulacaktır. Aşağıda elde edilecek ayrık zamanlı dinamik modelin ifadesi gösterilmiştir

$$\xi(t + T_s) = A\xi(t) + B\gamma(t) \quad (4)$$

$$y(t) = C\xi(t) + D\gamma(t) \quad (5)$$

Burada $T_s \in \mathbb{R}$ örnekleme zamanı, $\xi \in \mathbb{R}^N$ durum vektörü, $n \in N$ sistemin derecesi, $\gamma \in N$ kontrol girişi ve $y \in \mathbb{R}^N$ de çıkış sinyalidir. İstenilen bölgeyi temsil p adet yaklaşıklık katsayısı da sistem çıkışı olarak alınacaktır.

$$y(t) = a(t) = [a_1(t) \ a_2(t) \ a_3(t) \ \dots \ a_p(t)]^T \quad (6)$$

Alt uzay tanılamada önce, giriş-çıkış verileri için Kalman durumları tabir edilen durum gezinteleri oluşturulur. Ardından en

küçük kareler metoduyla sistem matrisleri olan A, B, C, D matrisleri bulunur. Alt uzay metodundaki temel mantık aşağıdaki (7) ifadesindeki genişletilmiş gözlenebilirlik matrisinin kestirimidir.

$$O_r = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{r-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Daha açık bir biçimde yazmak gerekirse (4)-(5) ifadeleri

$$Y_r(t_k) = O_r \xi(t_k) + S_r \Gamma_r(t_k) + V(t) \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan

$$Y_r(t_k) = \begin{bmatrix} y(t_k) \\ y(t_{k+1}) \\ \vdots \\ y(t_{k+r-1}) \end{bmatrix}, \Gamma_r(t_k) = \begin{bmatrix} \gamma(t_k) \\ \gamma(t_{k+1}) \\ \vdots \\ \gamma(t_{k+r-1}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$S_r = \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CB & D & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ CA^{r-2}B & CA^{r-3}B & \dots & CB & D \end{bmatrix} \quad (10)$$

ve $V(t)$ çıkıştaki gürültüden gelen katkıdır. Genişletilmiş gözlenebilirlik matrisinin kestirimi, (8) ifadesindeki eşitliğin her iki tarafının $S_r \Gamma_r(t_k)$ niceliklerin elenmesi ve $V(t)$ 'nin asimptotik olarak sıfıra gitmesini sağlayacak terimler ile ilintilendirilmesi yoluyla yapılır. Eğer O_r biliniyorsa C ve A matrislerinin bulunması O_r 'deki ilk satır bloğunu ve kaydırma özelliğini kullanarak gerçekleştirilir. A, C 'yi elde ettikten sonra doğrusal en küçük kareler yöntemiyle B, D matrislerinin kestirimi (4)- (5) denklemlerinin aşağıdaki ifadesi kullanılarak yapılır.

$$y(t_k) = C(zI - A)^{-1} B u(t_k) + D u(t_k) \quad (11)$$

Burada z zaman kaydırma operatörüdür. Alt uzay sistem tanılama yöntemleri ile ilgili detaylı bilgiye [14–16] kaynaklarından ulaşılabilir.

Bütün bu aşamalarından sonra, elde edilen doğrusal modellerin dinamiğini kapsayan tek bir belirsiz sistem oluşturulacaktır. Burada önce nominal sistem seçilecek ve çarpım türünde bir belirsizlik ile tüm sistemler kapsanacaktır. Bu sistem için gürbüz kontrol yöntemleri (μ sentezi - D-K ötelemesi) kullanılarak denetleyici tasarımı yapılacak ve istenilen bir hedefe ulaşılmaya çalışılacaktır. Bu hedeflere örnek olarak bir referans girişin takibi verilebilir. Bu çalışmada kullanılan yöntem, D-K ötelemesi, \mathcal{H}_∞ sentezi ve μ analizini birleştiren bir denetleyici tasarımı tekniğidir. En küçük μ üst değeri etrafındaki frekans değerleri ile sonuçlanan bir denetleyici tasarlamak amaçlı kullanılmaktadır [17, 18].

4. Örnek

Bölgesel dinamik modelleme yöntemi bir önceki bölümde bahsedilen uygulama ve yöntemler kullanılarak bir örnek

üzerinde gösterilecektir. İki boyutlu bir karesel alan üzerinde alanın orta bölgesindeki akışın çeşitli akmazlık değerleri için dinamik modellemesi üzerinde çalışılacaktır. İlk önce (2) ifadesindeki Navier-Stokes denklemlerinin iki boyutlu halini yazalım. Akış hızını $q(x, y, t) = (u(x, y, t), v(x, y, t)) \in \mathbb{R}^2$ olarak ifade edelim; burada u yatay ve v de dikey bileşendir. O halde (2) ifadesi

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial y} v = \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (12)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} u + \frac{\partial v}{\partial y} v = \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (13)$$

biçiminde yazılabilir. Uzaysal akış alanı da $\Omega = [0, 1] \times [0, 1] \subset \mathbb{R}^2$ olarak tanımlanacaktır. Akış için ilk koşullar ve sınır koşulları da

$$(u(x, y, 0) = v(x, y, 0)) = 0 \quad (14)$$

$$u(x, 0, t) = u(x, 1, t) = 1 \quad (15)$$

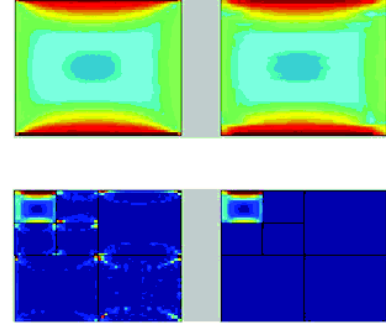
$$v(x, 0, t) = v(x, 1, t) = 0 \quad (16)$$

$$u(0, y, t) = 0, \frac{\partial v}{\partial x}(0, y, t) = 0 \quad (17)$$

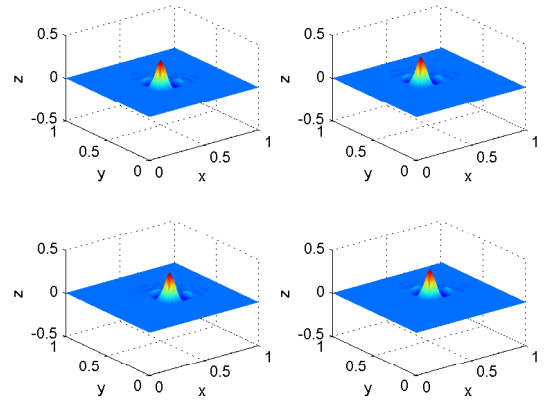
$$u(1, y, t) = \begin{cases} 0, & y \in [0, 0.42]; \\ \gamma(t), & y \in [0.42, 0.58]; \\ 0, & y \in (0.58, 1]. \end{cases} \quad (18)$$

$$v(1, y, t) = 0 \quad (19)$$

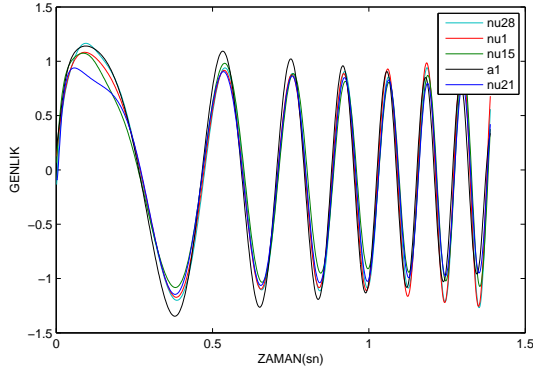
şeklinde [19]. Önce kontrol girişi değişken frekanslı bir sinüs (chirp) olarak alınmış, (0.000001,1] aralığında seçilen 28 adet akmazlık değeri için MATLAB Navier2d hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) çözücüsü [19] ile 50×50 'lik bir uzaysal örgü üzerinde benzetimler yapılmış ve her akmazlık değeri için 1000 tane anlık görüntü kaydedilmiştir. Bunun ardından gelen adım anlık görüntülere dalgacık ayrışımı uygulanmasıdır; bunun için MATLAB Wavelet Toolbox dahilindeki fonksiyonlardan faydalanılmıştır. Daubechies (db) dalgacığı, asimetrik ve gelişigüzele yakın bir yapısı olması, dikgen olması, tam geri çatılama gerçekleştirebilmesi ve sonlu destek alanına sahip olması sebebiyle bu uygulamadaki dalgacık tipi olarak seçilmiştir. Dönüşümün hızlı şekilde yapılabilmesi de bu dalgacık tipinin kullanılmasında etken olmuştur. Seçilen dalgacık fonksiyonu kullanılarak dalgacık katsayıları elde edilmiş, ardından bu katsayılar eşikleme işlemi uygulanmıştır. Farklı eşik değerleri denenmiş, değerler giderek küçültülerek sıfıra kadar inilmiştir. Orijinal ve eşiklenmiş katsayılarından geri çatılmış görüntüler Şekil 4'de gösterilmiştir. Orijinal ve geri çatılmış görüntülerin birbirine çok yakın olduğu açıktır; bu da sadece yaklaşıklama katsayıları kullanılarak akışın kabul edilebilir derecede iyi temsil edildiğini göstermektedir. Bundan sonra, anlık görüntülerin değişik dalgacık dönüşümleri altında incelenmesi yapılmış, en az hatanın db4 - 2 seviye için olduğu görülmüş bu yüzden dalgacık tipi ve seviye olarak db4 - 2 seviye seçilmiştir. Merkezde ilgilenilen bir bölge alındıktan sonra, o bölgenin dalgacık dönüşümünde hangi kaydırma miktarına denk geldiğini, yani hangi katsayılarla temsil edilebileceği belirlenmiştir. Burada dört tane katsayının ilgilene bölgeyi tasvir etmede yeterli olduğu gözlemlenmiştir.



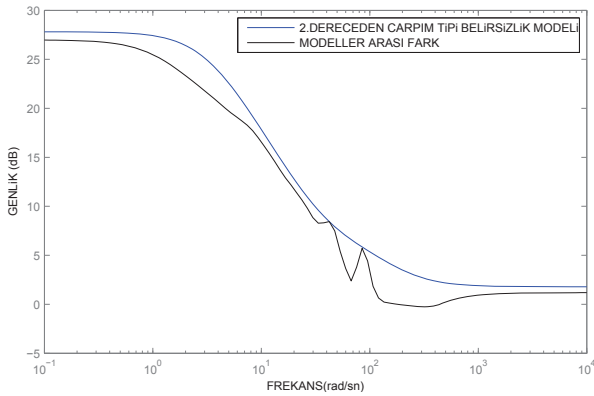
Şekil 4: Orijinal anlık görüntü (üst-sol), bu görüntünün sadece yaklaşıklama katsayıları kullanılarak geri çatılması ile elde edilen görüntü (üst-sağ), iki seviye ayrıştırma sonucu dalgacık katsayıları (alt-sol) ve eşikleme sonucu detayların sıfırlanması sonucu oluşan katsayılar (alt-sağ)



Şekil 5: Akış alanının ortasını temsil eden dört adet yaklaşıklama katsayısının kapsadığı bölgeler

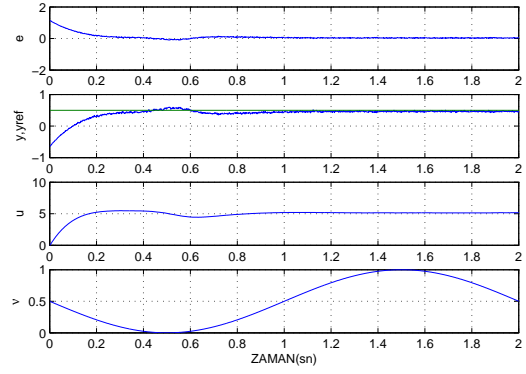


Şekil 6: Seçilen dört akmaızlık değeri ($\nu_1, \nu_{15}, \nu_{21}, \nu_{28}$) için ilk dalgacık katsayısı $a_1(t)$ ve benzetimi yapılan model çıkışıını ilk elemanı $y_1(t)$

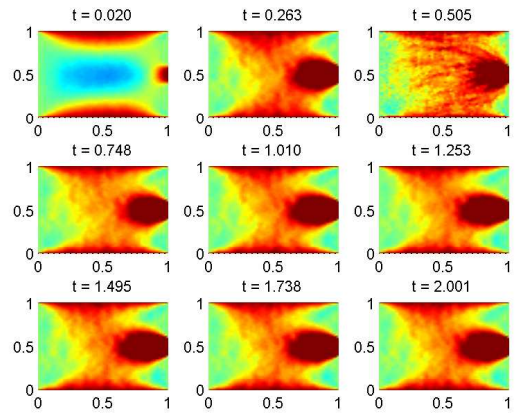


Şekil 7: 2. derece çarpım tipi belirsizlik modeli ve nominal model ile belirsiz model arasındaki fark (Genlik)

Bu dört katsayının kapsadığı bölgeler Şekil 5'de görülebilir. Dalgacık dönüşümü ile elde edilen yaklaşık klama katsayılarının gezinmelerini modellemek için alt uzay sistem tanılama (N4SID) yöntemleri kullanılmış, ve altıncı dereceden bir model aranmıştır. Bu çalışmada bu teknikler MATLAB System Identification Toolbox altındaki fonksiyonlar yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Seçilen (0.000001,1] aralığındaki 28 adet akmaızlık değeri için, sistemin girişi değişken frekanslı sinüs, çıkışı da bu dört katsayının zamanla değişimi olacak şekilde sistem tanılama (n4sid derece = 6) yöntemleri ile 28 adet doğrusal modeller oluşturulmuştur. Bu modellerden 4 farklı akmaızlık değeri için alınan sonuçlar Şekil 6'de görülmektedir. Sonraki aşamada, elde edilen doğrusal modellerin dinamiğini kapsayan tek bir belirsiz sistem oluşturulmuştur. Burada nominal sistem olarak ν_{14} (28 akmaızlık değerinin tam ortası) için oluşturulan sistem alınmış ve çarpım türünde bir belirsizlik ile tüm sistemler kapsamıştır. Belirsiz sistem ile nominal sistem arasındaki fark ile, oluşturulan çarpım belirsizliğinin Bode genlik çizgesi Şekil 7'de görülebilir. Bu model için gürbüz kontrol yöntemleri (μ -sentezi veya onun yaklaşık klaması olan D-K ötelemesi) kul-



Şekil 8: Hata e , çıkış y , referans y_{ref} , giriş u ve akmaızlık ν



Şekil 9: Kapalı çevrim sisteminin HAD benzetimlerinden elde edilen anlık görüntüler (u - bileşeni)

lanılarak denetleyici tasarımı yapılmış ve istenen bir referans girişinin takip edilmesi sağlanmıştır. Elde eden kontrolör, akmaızlık değerinin zamana bağlı olarak değiştiği bir senaryo için Navier-Stokes denklemlerine uygulanmış ve kapalı çevrim sisteminin HAD benzetimleri yapılmıştır. Şekil 8'de referans takip hatası, çıkışı, referans girişi ve zamanla değişen akmaızlık değerleri verilmiştir. Kapalı çevrim sisteminin HAD benzetimlerinden elde edilen u yönündeki anlık görüntüler Şekil 9'de görülebilir. Şekiller incelendiğinde kapalı çevrim sisteminin, akmaızlık parametresindeki değişikliklere rağmen istenilen referans takibini başarı ile gerçekleştirebildiği görülmektedir.

5. Sonuçlar, Tartışmalar ve Gelecekteki Çalışmalar

Bu bildiride dalgacık dönüşümü ile farklı akmaızlık koşulları altında akış kontrolü problemleri için bölgesel dinamik modeller elde edilmesi konusu anlatılmıştır. İlk önce akışın anlık görüntüleri değişik akmaızlık değerleri için bu akışı tasvir eden Navier-Stokes denklemlerinin hesaplamalı akışkanlar di-

namığı benzetimlerinden elde edilmiş ve daha sonra Dalgacık dönüşümü, eşikleme ve geri çatılama ile görüntülerden oluşturulan katsayılardan sadece yaklaşıklama katsayılarıyla anlık görüntülerin kabul edilebilir derecede iyi oranda temsil edildiği gözlemlenmiştir. Daha sonra yaklaşıklama katsayılarının zamana bağlı değişimlerini temsil eden düşük boyutlu dinamik sistem modeli alt uzay tanımlama yöntemleri ile oluşturulmuştur. Bu işlem değişik akmazlık değeri için tekrar edilmiş birden fazla çalışma noktası için birden fazla doğrusal model oluşturulmuştur. Daha sonra bu modeller tek bir nominal model etrafında çarpım tipi belirsizliğe sahip olan tek bir model ile temsil edilmiştir. Bütün bu yöntem ve uygulamalar karesel alan üzerinde girişin sınır koşullarından sistemi etkilediği bir akış örneğine uygulanmış ve istenen derecede başarılı sonuçlar verdiği görülmüştür.

Bu çalışmada yer alan yöntemler, birden fazla akmazlık değerli akış problemleri için düşük boyutlu bölgesel dinamik modeller oluşturulması için sistematik bir yöntem sunması bakımından önemlidir. Akış problemlerinin modellenmesinde literatürde en sık kullanılan yöntemler olan UDA/Gİ metotları da düşük boyutlu modeller vermesine karşın bu modellerin doğrusal olmaması, üzerlerinde analiz ve kontrol tasarımı yapılması açısından sıkıntı yaratmaktadır. Bu standart yöntemlerle ilgili diğer bir sıkıntı ise UDA kiplerinin destek alanının akış alanının tamamına yayılması sebebiyle akışın sadece bir bölgesini ilgilendiren bölgesel modelleme ve analizler yapılmak istendiğinde sıkıntı yaşanmasıdır. Bildiride geliştirilen teknikler, standart UDA/Gİ modelleme metotları ile ilgili bu sıkıntılara çözüm getirerek akış problemleri için düşük boyutlu doğrusal ve bölgesel dinamik modeller oluşturulması gereken durumlarda fayda sağlayacaktır. Gelecekteki çalışmalar arasında, değişik dalgacık türleri kullanılarak modellemeler yapılması ve karşılaştırılması ile, önerilen tekniklerin farklı akış problemlerine uygulanması sayılabilir.

6. Kaynakça

- [1] M. Gad-el Hak. *Flow Control - Passive, Active, and Reactive Flow Management*. Cambridge University Press, New York, NY, 2000.
- [2] T.R. Bewley. Flow control: new challenges for a new Renaissance. *Progress in Aerospace Sciences*, 37(1):21–58, 2001.
- [3] R Chris Camphouse. Boundary feedback control using Proper Orthogonal Decomposition models. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 28:931–938, 2005.
- [4] M. O. Efe and H. Ozbay. Low dimensional modelling and Dirichlet boundary controller design for Burgers equation. *International Journal of Control*, 77(10):895–906, July 2004.
- [5] C. Kasnakoglu, A. Serrani, and M. O. Efe. Control input separation by actuation mode expansion for flow control problems. *International Journal of Control*, 81(9):1475–1492, 2008.
- [6] C. W. Rowley, T. Colonius, and R. M. Murray. Model reduction for compressible flows using POD and Galerkin projection. *Physica D*, 189(1-2):115–29, 2004.
- [7] K. Fitzpatrick, Y. Feng, R. Lind, A. J. Kurdila, and D. W. Mikolaitis. Flow control in a driven cavity incorporating excitation phase differential. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 28(1):63–70, 2005.
- [8] M. Samimy, M. Debiassi, E. Caraballo, A. Serrani, X. Yuan, J. Little, and J. H. Myatt. Feedback control of subsonic cavity flows using reduced-order models. *Journal of Fluid Mechanics*, 579:315–346, 2007.
- [9] E. Caraballo, C. Kasnakoglu, A. Serrani, and M. Samimy. Control input separation methods for reduced-order model-based feedback flow control. *AIAA Journal*, 46(9):2306–2322, 2008.
- [10] I. Daubechies and B.J. Bates. Ten Lectures on Wavelets. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 93:1671, 1993.
- [11] S. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, 1999.
- [12] CK Chui. *An Introduction to Wavelets*. Academic Press, 1992.
- [13] G. Strang and T. Nguyen. *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley Cambridge Pr, 1996.
- [14] L. Ljung. *System Identification: Theory for the user*. PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1999.
- [15] P. Van Overschee and B. De Moor. *Subspace Identification for Linear Systems: Theory, implementation, applications*. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [16] W.E. Larimore. Statistical optimality and canonical variate analysis system identification. *Signal Processing*, 52(2):131–144, 1996.
- [17] A. Packard, J. Doyle, and G. Balas. Linear, multivariable robust control with a μ perspective. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 115:426, 1993.
- [18] IA Griffin and PJ Fleming. A Multiobjective Optimization Approach to DK-Iteration. In *Proceedings of the European Control Conference*, 2003.
- [19] D. Engwirda. An unstructured mesh navier-stokes solver. Master's thesis, School of Engineering, University of Sydney, 2005.